Покажем, как реализуется принцип проблемности в содержании обучения и диалогическом общении обучающегося и обучаемого на примере темы «Решение логарифмических уравнений и неравенств» в 11 классе.

Учитель объявляет тему урока: «Решение логарифмических уравнений и неравенств». Затем сразу переходит к понятию логарифмического уравнения и существующим методам их решения.

**Логарифмическими уравнениями** называют уравнения вида

 **=** , где *a*  0, *а* 1, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

1. **Первый метод решения логарифмических уравнений, основанный на определении логарифма.**

Общий вид такого уравнения 

Это уравнение может быть заменено равносильным ему уравнением .

Нужно ли вводить условие  ?

-Нет. Так как из положительности степени  следует, что и  также положительно.

**Примеры.**

****

-Ваши идеи по поводу решения уравнения ?

-Нужно учесть, что основание не может быть отрицательным и равным единице.

Значит, это уравнение равносильно системе 

Её решением является число 2.

Запишем общий вид уравнений.



1. **Второй метод называется потенцированием и касается уравнений вида =**

Как вы представляете себе его решение?

-В силу монотонности логарифмической функции можно сказать, что каждого своего значения она достигает только один раз и поэтому данное уравнение равносильно системе

или 

**Примеры.**

lg (6x + 3) = lg (x – 22) ОДЗ:

6x + 3 = x – 22

5х = -25

х = - 5 не удовлетворяет ОДЗ, значит посторонний корень.

Ответ: решений нет.

1. **Решение логарифмических уравнений с помощью введения новой переменной:**

Решаются путем замены переменной:  **=y**

**Примеры.**

log 23x-log3x=2,

 пусть log3x = у, тогда получим уравнение

у2 – у – 2 = 0,

у1= -1, у2= 2, т.о.

log3x = -1 log3x = 2

х = 1/3 х = 9

1. **Решение уравнений способом логарифмирования обеих частей:**

Берутся от обеих частей уравнения логарифмы по одинаковому основанию

**Примеры.**

х1-log5x = 0,04

log5x1-log5x = log50,04

(1-log5x) log5x = -2, пусть log5x = у, тогда

(1-у)у = -2

у2 – у – 2 = 0

у1=2, у2 =-1, значит

log5x = 2 log5x = -1

х = 25 х =1/5

1. **Функционально-графический метод:**

Строят в одной системе координат графики функций левой и правой частей и определяют абсциссы их точек пересечения.

**Пример:** Решить уравнение 

**Решение:** Построим графики функций  и *y* = *x*



Графики функций не пересекаются, и, значит, уравнение не имеет корней (см. рисунок).

**Ответ:** корней нет

Все ключевые задачи в структуре учащиеся решают в совместной деятельности с учителем. При этом учитель к каждому следующему примеру задает один и тот же вопрос: *докажите, что данное уравнение решается рассматриваемым способом, и предложите прием сведения к данному способу.*

То есть важно, что доказывают принадлежность к методу и сводят к нему учащиеся в полилоге. А учитель под их диктовку выполняет действия, и они тоже пишут вместе с ним решение в тетрадь. То есть соблюдается такая *цепочка действий*:

1) учитель: докажите, что данное уравнение рассматриваемого вида;

2) ученики: вслух произносят признаки;

3) учитель: предложите способ сведения к стандартному виду данного вида уравнения;

4) ученики предлагают шаги сведения или решения, если уравнение совпадает с общим видом уравнения данного вида;

5) учитель обобщает все сказанное и просит диктовать поэтапно шаги решения;

6) учитель пишет под диктовку, ученики вместе с ним говорят и пишут.

На этом этапе **действием учеников** является **"слово".**

Приведем пример возможного мини диалога обучающего и обучающегося.

**Учитель:** Решим уравнение lg2x+lgx+1=

Докажите, что данное уравнение является уравнением рассматриваемого вида.

**Ученики**: (вслух произносят признак) т.к. у логарифмов разная степень, то можно ввести новую переменную.

**Учитель:** Предложите способ сведения к стандартному виду данного вида уравнения. **Ученики:** Сначала по свойству логарифма дроби преобразуем = , затем путем замены новую переменную перейдем к новому уравнению.

**Учитель:** обобщает все сказанное и просит диктовать поэтапно шаги решения:

lg2x+lgx+1=

пусть = у, тогда

у2 + у + 1 = , у≠ 1

(у-1) (у2 + у + 1) = 7

у3 – 1 = 7

у3 = 8

у = 2, значит = 2, т.о. х =100

**Ответ:** 00

Учитель записывает под диктовку, ученики вместе с ним говорят и пишут.

Далее учитель обращает внимание учащихся на то, что логарифмические неравенства решаются теми же приемами, только есть один нюанс: в неравенствах нужно **обращать особое внимание на основание логарифма и учитывать ОДЗ .**

1. **Логарифмические неравенства**

и

***Примеры:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| т.к. 51, тох**1****Ответ: ()** | **1/3(2x-4)log1/3(14-x)**Т.к. ,то**Ответ:(2;6)** | **1/2 (16+4х-х2)-4**1/2 (16+4х-х2)1/216Т.к. 0˂ 1/2 ˂ 1,тох2 – 4хх(х-4)  0 4**Ответ:**  |

Дальнейшее продолжение урока строится на основе проблемного содержания, так как алгоритмы разных типов уравнений содержат в себе проблемность. Нужно определить, что в данной ситуации применим именно этот алгоритм решения, а затем решить уравнение (неравенство).

*На этапе генезиса* принцип почти тот же, но *алгоритм работы* немного другой:

1) учитель представляет учащимся уравнение и просит определить, какого оно вида или преобразовать, так чтобы вид  стал очевиден;

2) ученики: каждый сам или в паре выполняют данное задание, учитель в это время проходит по рядам и оценивает обстановку;

3) учитель просит представить, что увидели, помогает и уточняет, если это не так, или затруднились, вновь вслух проговаривая признаки;

4) учитель просит довести решение примера до конца;

5) учащиеся решают, учитель ходит по рядам;

6) учитель в зависимости от того, насколько ученики справились:

- либо просит сказать ответ, если видит что больших проблем решение не вызвало и просит задать вопросы тех, у кого не получилось, разбирают, где ошибка;

- либо прорешивает весь пример под диктовку тех, кто решил правильно, если было много проблем, и так же просит задать вопросы тех, у кого не получилось, объяснить их, где была их ошибка, поняли ли они, как нужно было действовать.

На этом этапе **основным действием учащихся** является **моделируемое самостоятельное действие.**

Учитель предлагает учащимся еще ряд заданий:

1. log1/2 (6x – 4) = -3
2. lg 40 – lg 2 = lg (10 – 2x)
3. 2log21/3x-5log3x=7
4. lg 2 +lg (x + 2) = lg (x-1)
5. х1-lgx=0,01
6. 2
7. log22 x 4 log2 x – 3
8. 0
9. log9 x2 + log32(-x) 2

Приведем пример возможных мини диалогов на этапе генезиса.

**Учитель:** Определите, какого вида следующее уравнение х1-lgx=0,01 ?

**Ученик:** Замечаем, что логарифм содержится только в показателе степени.

**Учитель:** Значит, каким способом будем решать данное уравнение?

**Ученики:** Способом логарифмирования.

**Учитель:** Доведите решение до конца.

**Ученики** записывают решение, опираясь на алгоритм решения ключевой задачи

х1-lgx=0,01

lg х1-lgx= lg 0,01

(1-lgx) lgx = - 2

пусть lgx = у, тогда

(1 –y) y = - 2

y2 – y – 2 = 0

y1 = 2, y2 = - 1

lgx = 2 lgx = -1

 x1 = 100 x2 = 0,1

Ответ: x1 = 100, x2 = 0,1

**Учитель** ходит по рядам и контролирует процесс выполнения задания. Далее просит учеников озвучить ответ. Если с заданием справились не все, то учитель совместно с учащимися выясняет: какие были затруднения и их причины.

Приведем еще один пример мини диалога:

**Учитель:** А как будем решать такое неравенство log9 x2 + log32(-x) 2?

К какому типу оно относится?

**Ученики:** Т.к. показатель второго слагаемого в 2 раза больше показателя первого слагаемого, значит, оно подходит под тип неравенств, сводящихся к квадратным, но основания логарифмов разные.

**Учитель:** Посмотрите на логарифмы внимательнее. Что можно сделать?

**Ученики:** Воспользуемся свойством логарифмов и преобразуем первый логарифм log9 x2 = log3|x| = log3 (-x),

**Ученики:** Тогда получаем неравенство log3 (-x) + log32(-x) 2 сводящееся к квадратному. Ученики доводят решение до конца и сообщают ответ.

log3(-x) = у

у2 +у – 2 0

- 2 у 1

- 2 log3(-x) 1

1/9 - х 3

- 3 х - 1/9

Ответ:

**Учитель** выясняет причины возникших затруднений и ошибок (ошибки могут возникнуть на этапе возврата к старой переменной) и проводит работу по их устранению.

На этом совместная деятельность обучающего и обучающихся завершается.

После того, как все уравнения и неравенства решены в совместной деятельности обучающего и обучающихся, учитель предлагает выполнить следующие задания, которые выполняются обучающимися самостоятельно в коллективной деятельности.

**Задания для самостоятельного решения:**

Можно выполнять номера из учебника (там даны задания разного уровня)

|  |  |
| --- | --- |
| 1. log3 (3x - 5) = log3 (2x - 3)
2. log5125 = x
3. lg (9x + 10) = 2
4. 3 lg 2 + lg (x + 8) = lg 48 – lg 2
5. log5 x = -2
6. log2 (x + 6) = 2
7. log1/2 (6x – 4) = -3
8. log3 (8 + x) = 2
9. lg 2 +lg (x + 2) = lg (x-1)
10. log3 (2x + 1) = log3 13 + log3 3
11. ½ log2 (3x – 2) = 3
12. log7 (x -1) = log7 2 + log7 3
13. 2 log2 1/3x + 3 log3x = 2
14. lg (x – 1) + lg(x + 1)= 3lg2 +lg (x – 2)
15. log25 x + log5 x = log1/5
16. log√2 x + 4log4 x + log8 x = 13
17. log3(3x – 8) = 2 – x
18. logx  = 3
19. lg x + lg (x + 3) = lg 4
 | 1. log2 x -3
2. log0,1 x - ½
3. log2 (5x-9)log2 (3x + 1)
4. log0,3 (x2  + 22) log0,3 13x
5. 2log52 x +5log5 x + 2 0
6. log5x-1 2 0
7. log4 x2 + log22(-x) 6
 |

Самостоятельная работа

Контрольная работа